

Le soin et la rédaction seront pris en compte dans la notation. **Faites des phrases claires et précises.**
 Le barème est approximatif. La calculatrice en mode examen est autorisée.

Attention! Le sujet est recto-verso.

Exercice 1 *8 points*

8 pts Le QCM

Exercice 2 *15,5 points*

15.5 pts

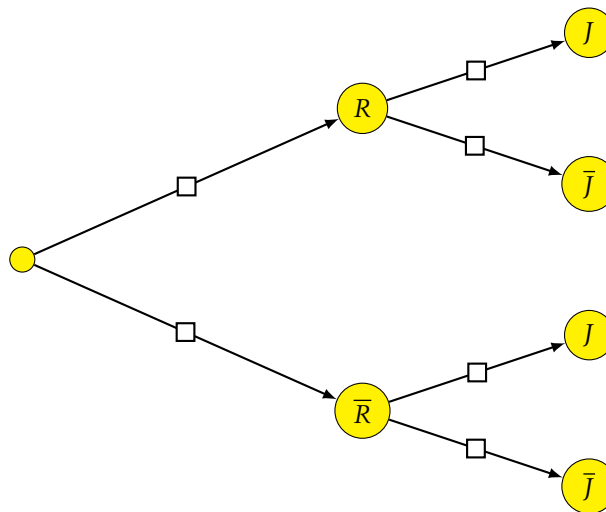
Dans tout cet exercice, les probabilités seront arrondies, si nécessaire, à 10^{-3} .
 D'après une étude, les utilisateurs réguliers de transports en commun représentent 17 % de la population française.
 Parmi ces utilisateurs réguliers, 32 % sont des jeunes âgés de 18 à 24 ans. (Source : TNS-Sofres)

Partie A :

On interroge une personne au hasard et on note :

- R l'évènement : « La personne interrogée utilise régulièrement les transports en commun ».
- J l'évènement : « La personne interrogée est âgée de 18 à 24 ans ».

1 Représentez la situation à l'aide de cet arbre pondéré, que vous recopierez sur votre copie, en y reportant les données de l'énoncé.



- 2** Calculer la probabilité $P(R \cap J)$.
- 3** D'après cette même étude, les jeunes de 18 à 24 ans représentent 11 % de la population française.
 Montrer que la probabilité que la personne interrogée soit un jeune de 18 à 24 ans n'utilisant pas régulièrement les transports en commun est $0,056$ à 10^{-3} près.
- 4** En déduire la proportion de jeunes de 18 à 24 ans parmi les utilisateurs non réguliers des transports en commun.

Partie B :

Lors d'un recensement sur la population française, un recenseur interroge au hasard 50 personnes en une journée sur leur pratique des transports en commun.

La population française est suffisamment importante pour assimiler ce recensement à un tirage avec remise.

Soit X la variable aléatoire dénombrant les personnes utilisant régulièrement les transports en commun parmi les 50 personnes interrogées.

- 1 Déterminer, en justifiant, la loi de X et préciser ses paramètres.
- 2 Calculer $P(X = 5)$ et interpréter le résultat.
- 3 Le recenseur indique qu'il y a plus de 95 % de chance pour que, parmi les 50 personnes interrogées, moins de 13 d'entre elles utilisent régulièrement les transports en commun. Cette affirmation est-elle vraie? Justifier votre réponse.
- 4 Quel est le nombre moyen de personnes utilisant régulièrement les transports en commun parmi les 50 personnes interrogées?

Exercice 3

16,5 points

16.5 pts Cet exercice est composé de deux parties.

Certains résultats de la première partie seront utilisés dans la deuxième.

Partie 1 : Étude d'une fonction auxiliaire

Soit la fonction f définie sur l'intervalle $[1 ; 4]$ par :

$$f(x) = -30x + 50 + 35 \ln x.$$

- 1 On rappelle que f' désigne la fonction dérivée de la fonction f .
 - a. Pour tout nombre réel x de l'intervalle $[1 ; 4]$, montrer que :
$$f'(x) = \frac{35 - 30x}{x}.$$
 - b. Dresser le tableau de signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[1 ; 4]$.
 - c. En déduire les variations de f sur ce même intervalle.
- 2 Justifier que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution, notée α , sur l'intervalle $[1 ; 4]$ puis donner une valeur approchée de α à 10^{-3} près.
- 3 Dresser le tableau de signe de $f(x)$ pour $x \in [1 ; 4]$.

Partie 2 : Optimisation

Une entreprise vend du jus de fruits. Pour x milliers de litres vendus, avec x nombre réel de l'intervalle $[1 ; 4]$, l'analyse des ventes conduit à modéliser le bénéfice $B(x)$ par l'expression donnée en milliers d'euros par :

$$B(x) = -15x^2 + 15x + 35x \ln x.$$

- 1 D'après le modèle, calculer le bénéfice réalisé par l'entreprise lorsqu'elle vend 2 500 litres de jus de fruits. On donnera une valeur approchée à l'euro près de ce bénéfice.
- 2 Pour tout x de l'intervalle $[1 ; 4]$, montrer que $B'(x) = f(x)$ où B' désigne la fonction dérivée de B .
- 3
 - a. À l'aide des résultats de la **partie 1**, donner les variations de la fonction B sur l'intervalle $[1 ; 4]$.
 - b. En déduire la quantité de jus de fruits, au litre près, que l'entreprise doit vendre afin de réaliser un bénéfice maximal.