Nom : .... *Prénom :*	**DS 06**	TSTI2D1 *Janv. 2022* *Devoir n° 06* .../...

Le soin et la rédaction seront pris en compte dans la notation. ***Faites des phrases claires et précises****.*
Le barème est approximatif. La calculatrice est autorisée.

Attention ! Le sujet est recto-verso.

Exercice 1 — 9 points

9 pts

	Question 1	Question 2	Question 3	Question 4	Question 5	Question 6
Réponse	b	c	a	b	c	a

Exercice 2 — 7 points

7 pts

On donne $z_1 = 2e^{i\frac{3\pi}{4}}$, $z_2 = \sqrt{3} + i$ et $z_3 = \dfrac{4+3i}{3-2i}$

On écrira le détail des calculs.

1 Déterminer la forme algébrique de z_1.

$$\begin{aligned} z_1 &= 2e^{i\frac{3\pi}{4}} \\ &= 2\left(\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)\right) \\ &= 2\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \\ &= -\sqrt{2} + i\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\boxed{z_1 = -\sqrt{2} + i\sqrt{2}}$$

2 Déterminer la forme exponentielle de z_2.

Module

$$\begin{aligned} |z| &= \sqrt{a^2+b^2} \\ &= \sqrt{\sqrt{3}^2 + 1^2} \\ &= \sqrt{4} \\ &= 2 \end{aligned}$$

Argument

$$\begin{cases} \cos\theta = \frac{a}{r} = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin\theta = \frac{b}{r} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Donc $\theta = \frac{\pi}{6}$ convient

$$\boxed{z_2 = \sqrt{3} + i = 2\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)}$$

$$\boxed{\text{La forme exponentielle de } z_2 \text{ est } z_2 = 2e^{i\frac{\pi}{6}}}$$

3 Déterminer la forme algébrique dez_3.

$$\begin{aligned} z_3 &= \frac{4+3i}{3-2i} \\ &= \frac{(4+3i)(3+2i)}{(3-2i)(3+2i)} \\ &= \frac{12+8i+9i+6i^2}{3^2+2^2} \\ &= \frac{6+17i}{13} \end{aligned}$$

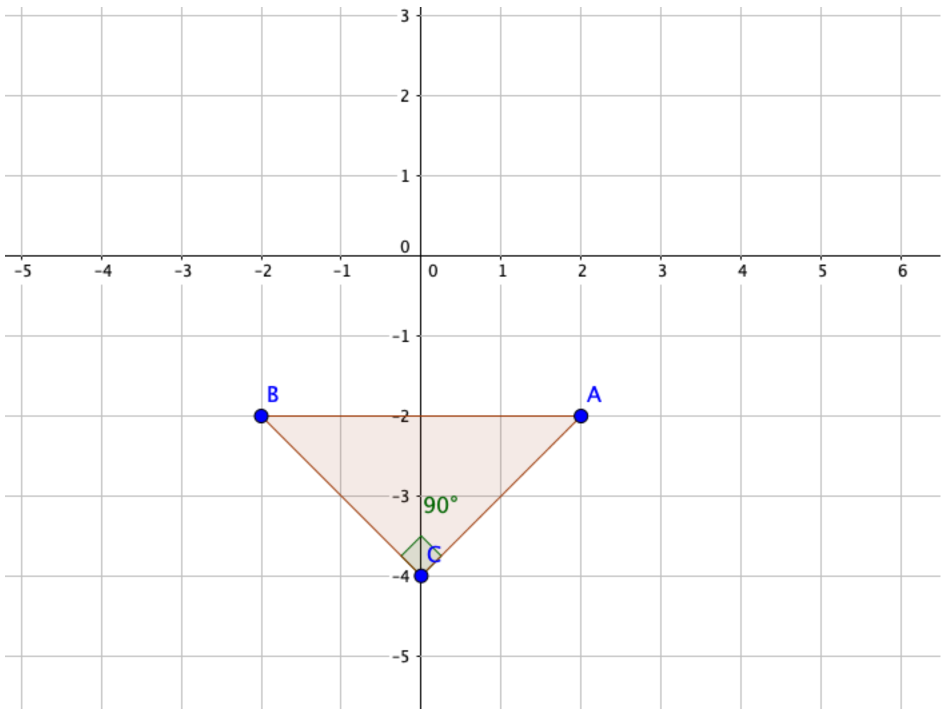
$$\boxed{\text{La forme algébrique de } z_3 \text{ est } z_3 = \frac{6}{13} + i\frac{17}{13}}$$

Exercice 3 **4 points**

4 pts

1 Soient A, B et C les points d'affixes respectives $z_A = 2 - 2i, z_B = -2 - 2i$ et $z_C = -4i$.

Placer ces 3 points dans le plan complexe ci-dessous.



2 Montrer que $AC = |z_C - z_A| = \sqrt{8}$.

$$\begin{aligned} z_C - z_A &= -4i - (2 - 2i) \\ &= -4i - 2 + 2i \\ &= -2 - 2i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AC &= |z_C - z_A| \\ &= \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{8} \end{aligned}$$

$$\boxed{\text{On a donc bien } AC = \sqrt{8}.}$$

3 On admet que $AB = 4$ et $BC = \sqrt{8}$. Déterminer la nature du triangle ABC.

- ✍ Comme $AC = BC = \sqrt{8}$, le triangle ABC est rectangle en C.
- ✍ $BC^2 + CA^2 = \sqrt{8}^2 + \sqrt{8}^2 = 8 + 8 = 16$,
  $AB^2 = 4^2 = 16$
  Ainsi $BC^2 + CA^2 = BA^2$, ce qui prouve que le triangle ABC est rectangle en C d'après la propriété réciproque de Pythagore.

$$\boxed{\text{Le triangle } ABC \text{ est donc rectangle, isocèle en } c.}$$