Nom :	**DS 02**	TSTI2D OISELET — *Oct. 2023*
Prénom :		*Devoir n° 04* — .../...

Le soin et la rédaction seront pris en compte dans la notation. ***Faites des phrases claires et précises****.*
Le barème est approximatif. La calculatrice est autorisée.

Attention ! Le sujet est recto-verso.

Exercice 1 — 4 points

4 pts Je connais mon cours !
Recopiez et complétez sur votre copie :

1
- **a.** $a^0 = \cdots$ et $a^1 = \cdots$
- **b.** $a^{x+y} = \cdots$
- **c.** $\frac{a^x}{a^y} = \cdots$
- **d.** $(a^x)^n = \cdots$, avec n un entier relatif.

2
- **a.** $\log\left(\frac{1}{x}\right) = \cdots$;
- **b.** $\log\left(\frac{x}{y}\right) = \cdots$;
- **c.** $\log\left(\sqrt{x}\right) = \cdots$;
- **d.** $\log(x^n) = \cdots$ pour $n \in \mathbb{N}$

Exercice 2 — 4 points

4 pts Simplifier les expressions suivantes :

1 $A = 5^{-2} \times 5^{3,5}$

2 $B = \dfrac{0,7^{2,1}}{0,7^{1-2x}}$

3 $C = \dfrac{\left(2^{4,5}\right)^3}{2^5}$

4 $D = \dfrac{\left(6^{5x-1}\right)^6 \times 6^{3x-2}}{\left(6^{-3x+1}\right)^{-3}}$

Exercice 3 — 3 points

3 pts Etudier le sens de variation des fonctions suivantes : (on justifiera)

1 $f : x \mapsto -2 \times 3^x$

2 $g : x \mapsto 4 \times \left(\dfrac{1}{2}\right)^x$

Exercice 4 — 5 points

5 pts

On modélise la population de la ville de Nohouaire depuis 2010 par la fonction p définie par

$$p(x) = 12 \times 2^{\frac{x}{18}}$$

où $p(x)$ est la population en milliers d'habitants l'année $2010 + x$.

1. Quelle était la population en 2010 et 2020 ?
2. En quelle année, selon ce modèle, la population dépassera-t-elle 20 000 habitants.
3. Montrer que : $p(x+18) = 2 \times p(x)$. Interpréter ce résultat.

Exercice 5 — 2 points

2 pts

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $3 \times 2,1^n \geq 14$

Exercice 6 — 2 points

2 pts Exprimer en fonction de $\log(a)$ et $\log(b)$ les nombres suivants : $A = \log\left(a^3 \times b^4\right)$ et $B = \log\left(\frac{a^5}{b^6}\right)$

Exercice 7 — 6 points

6 pts

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par

$$f(x) = \frac{x^3 + 6x + 2}{2x}$$

1. Montrer que pour tout réel x de $]0;+\infty[$, on a :

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 3 + \frac{1}{x}$$

2. Montrer que pour tout réel x de $]0;+\infty[$, on a :

$$f'(x) = \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x^2}$$

3. Quel est le signe de $x^2 + x + 1$ sur $]0;+\infty[$.
4. En déduire le signe de $f'(x)$ sur $]0;+\infty[$.
5. Construire le tableau de variations de f sur $]0;+\infty[$.