Nom : .... *Prénom :*	**DS 04**	TSTI2D OISELET *Devoir n° 08* — *Nov. 2023* — .../...

Le soin et la rédaction seront pris en compte dans la notation. ***Faites des phrases claires et précises.***
Le barème est approximatif. La calculatrice est autorisée.

Attention ! Le sujet est recto-verso.

Exercice 1 — 5 points

Je connais mon cours !

1 pt **1** Donner la dérivée de $f(x) = \ln x$:

2 pts **2** Compléter les formules suivantes :

- $\ln 1 = \cdots$
- $\ln(a \times b) = \cdots$
- $\ln(a^n) = \cdots$
- $\ln\left(\sqrt{a}\right) = \cdots$

2 pts **3** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\ln(3x+1) = \ln 2$

Exercice 2 — 4 points

4 pts Calculer en fonction de $\ln 2$ et $\ln 3$ les nombres suivants :

- $A = \ln(36)$
- $B = \ln(24) + \ln\sqrt{18}$
- $C = \ln\left(3^4 \times 2^7\right)$
- $D = \ln\left(\frac{3^5}{2^6}\right)$

Exercice 3 — 4 points

4 pts Calculer la dérivée des fonctions suivantes :

1 $f(x) = 2x^2 + 3x + 1 + \mathrm{e}^x$

2 $g(x) = \mathrm{e}^{x^2}$

3 $h(x) = \mathrm{e}^{2x} + 2$

Exercice 4 — 3 points

3 pts Déterminer les limites suivantes :

1 $\lim\limits_{x \to +\infty} e^{4x}$

2 $\lim\limits_{x \to +\infty} e^{-2x}$

3 $\lim\limits_{x \to -\infty} e^{-4x} - 2x$

Exercice 5 — 8 points

On considère la fonction $f : x \mapsto xe^{3x}$, définie sur $\mathbb{R}$.

2 pts **1** Calculer limites en $-\infty$ et en $+\infty$ de f.

3 pts **2** Montrer que $f'(x) = (1+3x)e^{3x}$ puis étudier les variations de f.

1 pt **3** Dresser alors le tableau de variations.

2 pts **4** Démontrer que la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = \left(\frac{x}{3} - \frac{1}{9}\right)e^{3x}$ est une primitive de f.

Exercice 6 **6 points**

6 pts La fonction θ, représentée ci-dessous, modélise l'évolution de la température du four (exprimée en degrés Celsius) en fonction du temps t (exprimé en minute) écoulé depuis la fin de la pyrolyse. L'instant initial $t = 0$ correspond au début de la phase de refroidissement.

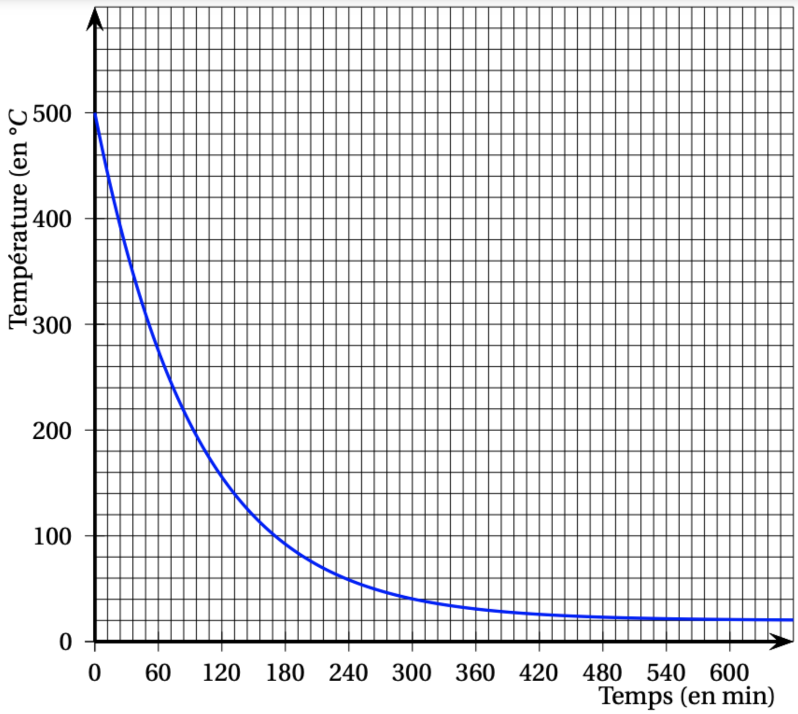

Figure 1 : évolution de la température en fonction du temps lors de la phase de refroidissement

1. Déterminer graphiquement $\lim\limits_{t \to +\infty} \theta(t)$.
2. Interpréter cette limite dans le contexte de l'exercice.
   La fonction θ utilisée pour cette modélisation est définie sur $[\,0\,;+\infty[$ par :

$$\theta(t) = 480\mathrm{e}^{-\frac{1}{95}t} + 20.$$

3. Calculer la valeur exacte de la solution de l'équation $\theta(t) = 280$. Pour des raisons de sécurité, le fabricant impose que la porte du four reste verrouillée tant que la température du four est supérieure à 280 °C.
4. Au bout de combien de temps la porte se déverrouille-t-elle ?