Nom : .... Prénom :	DS 05	2nde 09 Déc. 2023 Devoir n° 08 ..../...

Le soin et la rédaction seront pris en compte dans la notation. ***Faites des phrases claires et précises.***
Le barème est approximatif. La calculatrice est autorisée.

Attention ! Le sujet est recto-verso. Attention ! Le sujet est recto-verso.

Exercice 1 — *4 points*

Soit f la fonction affine définie pour tout réel x telle que $f(3) = -2$ et $f(-1) = 4$.

3 pts **1** Donner une expression de $f(x)$ en fonction de x.
Comme f est affine ; pour tout x réel, on a $f(x) = ax + b$ où :

$$\begin{aligned} a &= \frac{f(v) - f(u)}{v - u} \\ &= \frac{f(3) - f(-1)}{3 - (-1)} \\ &= \frac{-2-4}{4} = -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

Calcul de b :

$$\begin{aligned} f(3) = -2 &\iff 3a + b = -2 \\ &\iff 3 \times \left(-\frac{3}{2}\right) + b = -2 \\ &\iff -\frac{9}{2} + b = -2 \\ &\iff b = -2 + \frac{9}{2} = \frac{5}{2} \end{aligned}$$

Conclusion : la fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$

1 pt **2** Quel est le sens de variation de la fonction f ?
f est affine avec un coefficient directeur strictement négatif : $a = -\frac{3}{2}$, donc f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.

Exercice 2 — *6,5 points*

Résoudre dans $\mathbb{R}$ chacune des inéquations suivantes et écrire sous forme d'intervalle l'ensemble des solutions de l'inéquation.

1.5 pt **1**

$$\begin{aligned} 3 - 2x \leqslant \tfrac{2}{3} &\iff -2x \leq -3 + \tfrac{2}{3} \\ &\iff -2x \leq -\tfrac{9}{3} + \tfrac{2}{3} \\ &\iff -2x \leq -\tfrac{7}{3} \\ &\iff x \geq -\tfrac{7}{3} \times \left(-\tfrac{1}{2}\right) \\ &\iff x \geq \tfrac{7}{6} \end{aligned}$$

$$\mathcal{S} = \left[\frac{7}{6} ; +\infty\right[$$

2 pts **2** $(2x + 7)(8 - 5x) \geq 0$;

x	$-\infty$		$-\frac{7}{2}$		$\frac{8}{5}$		$+\infty$
signe de $(2x+7)$		-	0	+		+	
signe de $8-5x$		+		+	0	-	
signe de $f(x)$		-	0	+	0	-	

$(2x+7)(8-5x) \geq 0 \iff f(x) \geq 0$
On lit l'ensemble des solutions sur le tableau précédent :

$$\boxed{\mathcal{S} = \left[-\frac{7}{2}; \frac{8}{5}\right]}$$

3 pts **3** $(5x+7)^2 \geqslant 5x+7$
On se ramène à une étude de signes :

$$\begin{aligned}(5x+7)^2 \geqslant 5x+7 &\iff (5x+7)^2-(5x+7) \geqslant \\ &\iff (5x+7)^2-(5x+7)\times 1 \geqslant 0 \\ &\iff (5x+7)((5x+7)-1) \geqslant 0 \\ &\iff (5x+7)(5x+6) \geqslant 0\end{aligned}$$

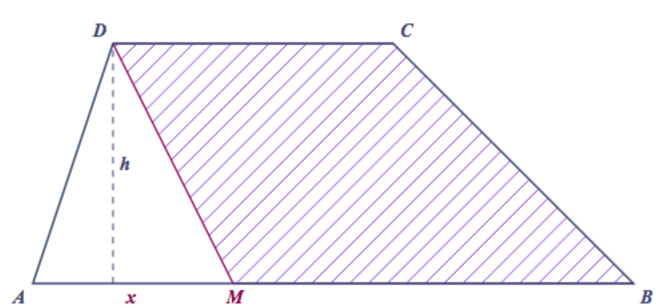
x	$-\infty$		$-\frac{7}{5}$		$-\frac{6}{5}$		$+\infty$
signe de $(5x+7)$		-	0	+		+	
signe de $5x+6$		-		-	0	+	
signe de $g(x)$		+	0	-	0	+	

$(5x+7)(5x+6) \geq 0 \iff g(x) \geq 0$
On lit l'ensemble des solutions sur le tableau précédent :

$$\boxed{\mathcal{S} = \left]-\infty; -\frac{7}{5}\right] \cup \left[-\frac{6}{5}; +\infty\right[}$$

Exercice 3 — 4,5 points

$ABCD$ est un trapèze de hauteur $h = 6$ avec $AB = 15$ et $CD = 7$.



À tout point M du segment $[AB]$, on associe le réel $x = AM$.
On note f la fonction telle que le nombre $f(x)$ est égal à l'aire du trapèze $MBCD$.

0.5 pt **1** Quel est l'ensemble de définition de la fonction f ?
M est un point du segment $[AB]$ donc $0 \leq AM \leq 15$. Soit $x \in [0;15]$.

$$\boxed{\text{La fonction f est définie sur l'intervalle } [0;15].}$$

1.5 pt **2** Justifier que $f(x) = 66 - 3x$.
L'aire du trapèze $MBCD$ est égale à la différence entre l'aire du trapèze $ABCD$ et l'aire du triangle ADM. D'où

$$\begin{array}{rcl} f(x) & = & \dfrac{(AB+CD)\times h}{2} - \dfrac{AM \times h}{2} \\ \text{Soit} \quad f(x) & = & \dfrac{(15+7)\times 6}{2} - \dfrac{x \times 6}{2} \\ & = & 66 - 3x \end{array}$$

$$\boxed{\text{Ainsi, la fonction } f \text{ est définie sur l'intervalle } [0\,;\,15] \text{ par } f(x) = 66 - 3x.}$$

1 pt **3** Quel est le sens de variation de la fonction f ?
$-3 < 0$ donc la fonction affine définie par $x \mapsto -3x + 66$ est strictement décroissante.

1.5 pt **4** Résoudre l'inéquation $f(x) \leqslant 36$.
$f(x) \leqslant 36 \iff 66 - 3x \leqslant 36$ avec $x \in [0;15]$. Cherchons les solutions de l'inéquation :

$$\begin{array}{rll} 66 - 3x \leqslant 36 & \iff -3x \leqslant -30 & \text{en ajoutant -66} \\ & \iff x \geqslant \dfrac{-30}{-3} & \text{en divisant par } -3 < 0 \\ & \iff x \geqslant 10 & \end{array}$$

Comme $x \in [0;15]$, on en déduit que :

$$\boxed{\text{l'ensemble des solutions de l'inéquation } f(x) \leqslant 36 \text{ est l'intervalle } [10;15].}$$