

Nom : Prénom :	<h1 style="margin: 0;">DS 01</h1>	<div style="text-align: right;"> Oct. 2022 .../... </div> <div style="text-align: center;"> <h2 style="margin: 0;">TMEX OISELET</h2> <p>Devoir n° 02</p> </div>
-------------------------------	-----------------------------------	---

Le soin et la rédaction seront pris en compte dans la notation. **Faites des phrases claires et précises.**
 Le barème est approximatif. La calculatrice est autorisée.

Attention ! Le sujet est recto-verso.

Exercice 1 _____ *3 points*

3 pts Compléter

- 1** Si $z = 5 + 3i$ alors $\bar{z} =$
- 2** Si $z = 1 + i$ alors $z^3 =$
- 3** Si $z = x + iy$ alors $z\bar{z} =$

Exercice 2 _____ *3 points*

3 pts Mettre sous forme algébrique les nombres complexes suivants :(détailler les calculs !)

$$(2 - 5i)^2, \quad \frac{1}{1 + 2i}, \quad \frac{3 + i}{1 - 4i}, \quad \frac{1}{1 + i} + \frac{1}{1 - i}$$

Exercice 3 _____ *3 points*

3 pts Soit $z \in \mathbb{C}$. On pose $z = x + iy$ où x et y désignent des nombres réels.
 On donne $f(z) = z^2 - 2iz + 3 + i$.
 Calculer $Re(f(z))$ et $Im(f(z))$ en fonction de x et y .

Exercice 4 _____ *4 points*

4 pts Résoudre les équations suivantes :

$(E_1): -3iz + 3 + i = 2 - 3i;$ $(E_2): 2iz + 3\bar{z} = 1 + i;$

Exercice 5 _____ *3 points*

3 pts Résoudre dans \mathbb{C} les équations suivantes :

$$z^2 + 16 = 0; \quad z^2 + 8z + 20 = 0$$

 **Exercice 6**

5 points

Soit l'équation dans \mathbb{C} suivante :

$$z^3 + 7z^2 + 17z + 15 = 0$$

1 pt **1** Montrer que -3 est solution de l'équation.

2 pts **2** Déterminer les réels a, b et c tels que :

$$z^3 + 7z^2 + 17z + 15 = (z + 3)(az^2 + bz + c)$$

2 pts **3** Résoudre alors cette équation.

 **Exercice 7**

2 points

2 pts Calculer la somme :

$$S = 1 + i + i^2 + i^3 + i^4 + \dots + i^{2022}$$